

# מבוא להתקנים

פרק 2 - מבוא לגלים

תוכן העניינים

1. הרצאות ותרגילים.....1

## הרצאות ותרגילים – מבוא לגלים

### סוגי גלים ותאור גלים

רקע:

גל - הפרעה שמתקדמת במרחב

גלים רוחביים - גלים שבהם ההפרעה היא בכיוון ניצב להתקדמות הגל (מיתר מים)

גלים אורכיים - גלים שבהם ההפרעה היא בכיוון מקביל להתקדמות הגל (קול)

תווך - החומר שבו מתקדמת ההפרעה

פונקציית הגל - פונקציה שמתארת את ההפרעה כתלות בזמן ובמרחב. פונקציית הגל צריכה להיות פונקציה מהצורה  $f(x \pm vt)$ , כאשר  $v$  היא מהירות הגל.

יש להבחין בין מהירות התקדמות הגל למהירות של החלקיקים בחומר!

אמפליטודה (משרעת) - הערך המרבי של ההפרעה בגל (בדרי"כ מסומנת באות  $A$ ).

אנרגיה של גל -  $E \propto A^2$

### משוואת הגלים

רקע:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} : \text{משוואת הגלים במימד אחד}$$

כל פונקציה מהצורה  $f(x \pm vt)$  היא פתרון של משוואת הגלים. סכום של שני פתרונות מהווה גם פתרון אם לשני הפתרונות אותה מהירות גל.

### שאלות

#### 1) תרגיל - קוסינוס בשלישית

האם הפונקציה  $y(x,t) = A \cos^3(ax + bt)$  מהווה פתרון של משוואת הגלים? במידה וקיים תנאי, פרטו את התנאי, מצאו את מהירות הגל ואת כיוון תנועתו.

#### 2) תרגיל - סכום של שתי פונקציות

האם הפונקציה  $y(x,t) = f(x - at) + g(x + bt)$  מהווה פתרון למשוואת הגלים? במידה וקיים תנאי, פרטו את התנאי, מצאו את מהירות הגל ואת כיוון תנועתו.

(3) האם הפונקציות הבאות הן פתרון של משוואת הגלים?

א.  $y(x, t) = 0.005 \sin(20x - 660t) + 0.009e^{(x+33t)}$

ב.  $y(x, t) = 0.005 \sin(20x - 660t) + 0.005 \cos(x + 32t)$

(4) תרגיל - חקירת פונקציה

נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{4}{3x^2 + 1}$ .

א. שרטטו איכותית את צורת הפונקציה.

ב. רשמו ביטוי לגל בעל פרופיל זה, אשר נע בכיוון השלילי של ציר ה- $x$ ,

במהירות  $v = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ , בהנחה שברגע  $t = 0$  מתקיים  $\psi(x, 0) = f(x)$ .

ג. חשבו, ישירות מהביטוי שמצאתם בסעיף הקודם, היכן נמצא

המקסימום של הגל ברגע  $t_1 = 4 \text{ sec}$  וברגע  $t_2 = 5 \text{ sec}$ .

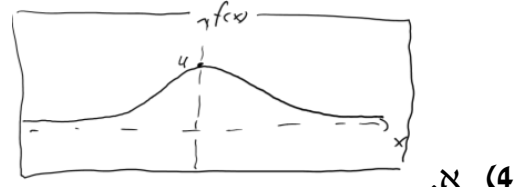
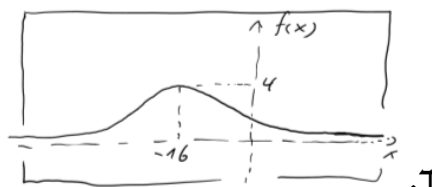
ד. שרטטו איכותית את צורת הגל ברגע  $t = 2$ .

### תשובות סופיות

(1)  $\frac{b}{a}$ , בכיוון השלילי של ציר ה- $x$ .

(2)  $Y(x, t)$  מהווה פתרון רק אם  $a = \pm b$  ואז מהירות הגל היא  $a$ .  
לתנאים ראו בסרטון.

(3) א. כן. ב. לא.



א. (4)  
ב.  $4(x, t) = \frac{4}{3(x+4t)^2 + 1}$  ג. -16, -20

## תכונות ותופעות בגלים

רקע:

**התאבכות** - סכימה של גלים שנפגשים

**חזית גל** - אוסף הנקודות המגיעות לשיא באותו זמן

## גלים הרמוניים

רקע:

**גל מחזורי** - גל שמכיל מקטע שחוזר על עצמו

**אורך הגל** - אורך הקטע שחוזר, מסומן ב-  $\lambda$  (בדור"כ נמדד ע"י המרחק בין שיא לשיא)

**זמן המחזור** - הזמן שלוקח לגל לעשות מחזור שלם, מסומן ב-  $T$ ,  $\lambda = v \cdot T$

**תדירות** - מספר המחזורים בשנייה, מסומנת ב-  $f$ ,  $f = \frac{1}{T}$

**גל הרמוני** - פונקציית קוסינוס או סינוס,  $y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \varphi)$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

**מספר הגל** -  $k$ ,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$\omega = v \cdot k$$

**גל עומד**

מאפיינים:

1. נקודות צומת- נקודות שלא זזות - node
2. אין מהירות גל
3. נקודת טבור - נקודות שבהן האמפליטודה מקסימאלית - antinode
4. מורכב משני גלים נעים זהים הנעים בכיוונים מנוגדים

משוואת גל עומד היא מהצורה

$$y(x, t) = A \sin(kx) \cos(\omega t + \varphi) = \frac{A}{2} \sin(kx - (\omega t + \varphi)) + \frac{A}{2} \sin(kx + (\omega t + \varphi))$$

## שאלות

**(1) תרגיל - חישוב ערכים בסיסיים בגל במיתר**

במיתר נע גל  $y(x, t) = 2 \cos(500t - 0.2x)$ .

א. חשבו את האמפליטודה, התדר הזוויתי ( $\omega$ ), התדר ( $f$ ), מספר הגל ( $k$ ), אורך הגל ( $\lambda$ ) ומהירות הגלים.

ב. באותו מיתר קיים גל  $y(x, t) = 2 \sin(500t - 0.2x) + 2 \sin(500t - 0.2x + 0.6)$ .  
על ידי שימוש בזהות של סכום סינוסים, קבלו את הגל השקול. מה מתאר גל זה?

**(2) תרגיל - חישוב תדירויות ואורכי גל של גל א"מ**

אורך הגל של אור כתום הוא  $\lambda = 605 \text{ nm}$ .

א. כמה מחזורים של הגל ניתן להכניס לעובי של נייר ( $D = 0.08 \text{ mm}$ )?

ב. איזה מרחק יכסו אותו מספר מחזורים שמצאתם בסעיף א, אם מדובר בגלי מיקרו בעלי תדירות של  $f = 10^{10} \text{ Hz}$ ?

גלי מיקרו נעים במהירות האור,  $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ .

ג. מהי מהירות הקול בגוש ברזל, אם מתפשט בו גל בתדירות  $f = 5 \cdot 10^7 \text{ Hz}$ , עם אורך גל של  $\lambda = 9 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ ?

**(3) תרגיל - סכום של  $N$  גלים עם הפרשי פאזה ומספרים מורכבים\*\***

נתבונן ב-  $N$  גלים מהצורה  $A \cos(kx - \omega t)$ , כאשר בין גל לגל הפרש פאזה  $\Delta\phi$ , כלומר הגל ה-  $n$  הינו  $A \cos(kx - \omega t + n\Delta\phi)$ .

א. הראו שסכום הגלים,  $\sum_{n=1}^N A \cos(kx - \omega t + n\Delta\phi)$ , שקול לגל יחיד עם אותם

ערכי  $\omega$  ו-  $k$ , ומצאו את האמפליטודה והפאזה שלו. היעזרו בכתוב מרוכב.

ב. עבור אילו ערכי  $\Delta\phi$  מתקבלת אמפליטודה מקסימלית ומינימלית?

**(4) תרגיל - סכום גלים עם הפרשי תדירויות**

נתונים  $N$  גלים התלויים בזמן כך שקיים הפרש תדירות קבוע בין כל שני גלים  $\delta\omega$ . כלומר הגל ה-  $n$  הוא מהצורה:  $A \cos(\omega_0 t + n\delta\omega t)$ .

א. השתמשו בתוצאה של התרגיל הקודם ומצאו את סכום הגלים מ-  $n = 0$  ועד  $n = N - 1$ .

ב. הראו שעבור  $N = 2$  מתקבלת התוצאה של חיבור שני גלים שראינו בסרטון ההרצאה.

## תשובות סופיות

(1) א.  $A = 2m, \omega = 500 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, f = 79.6 \text{ Hz}, k = 0.2 \frac{1}{m}, \lambda = 10\pi m, v = 2500 \frac{m}{s}$

ב.  $-3.3 \sin(0.4x - 1000t)$ , גל סינוס עם פאזה של  $\pi$  בתדירות כפולה ואורך גל כפול ואמפליטודה של 3.3.

(2) א. 130. ב.  $\frac{3}{9}m$ . ג.  $4500 \frac{m}{s}$

(3) א. אמפליטודה  $\tilde{A} = A \frac{\sin\left(\frac{N\Delta\phi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\phi}{2}\right)}$ ; פאזה  $\tilde{\phi} = \frac{N+1}{2} \Delta\phi$ .

ב. האמפליטודה המקסימלית היא NA והיא מתקבלת כש-  $l = 0, 1, 2$   $\Delta\ell = 2\pi l$ .

האמפליטודה המינימלית היא אפס והיא מתקבלת עבור  $\Delta\phi = \frac{2\pi k}{N}$ ,

כאשר  $\frac{k}{N}$  לא שלם.

(4) א.  $A \frac{\sin\left(N \frac{\delta\omega t}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta\omega t}{2}\right)} \cos\left(\omega_0 t + \frac{N-1}{2} \delta\omega t\right)$ . ב. ראו בסרטון.